Teorie nutná ke zvládnutí cvičení 8

III.1. Náhodný výběr

Zkoumané vlastnosti bodových odhadů Nechť bodový odhad T_n je odhadem parametru θ rozdělení daného distribuční funkcí F (např. $\mathbb{E}X, \mathbb{P}(X \leq b), ...$). Parametr θ může nabývat hodnot v nějaké množině $\Theta \subset \mathbb{R}$. Pro posouzení kvality odhadu T_n vyšetřujeme následující dvě vlastnosti.

1. **Nestrannost** T_n je nestranným odhadem θ, pokud

$$\mathbb{E}T_n = \mathbb{E}_\theta T_n = \theta, \quad \forall \theta \in \Theta.$$

2. **Konzistence** T_n je konzistentním odhadem θ, pokud pro všechna $\varepsilon > 0$ je

$$\mathbb{P}(|T_n - \theta| > \varepsilon) \xrightarrow{n\to\infty} 0, \quad \forall \theta \in \Theta.$$

Věta (Čebyševova nerovnost)**.** Buď X náhodná veličina s $\mathbb{E}|X| < \infty$. Pak

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{E}X| \geq \varepsilon) \leq \frac{\mathrm{var}X}{\varepsilon^2}.$$

Odhad momentovou metodou Nechť $X_1, \dots, X_n$ je náhodný výběr z rozdělení, které závisí na neznámém parametru $\theta \in \Theta$ (např. $Alt(\theta), Exp(\theta), Hypergeom(100, \theta, 5)$). Předpokládejme, že jsme schopni najít spojitou funkci $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tak, že

$$\mathbb{E}X = g(\theta).$$

Odhad momentovou metodou je odhad $\hat{\theta}_n$ splňující rovnost

$$\bar{X}_n = g(\hat{\theta}_n).$$

Poznámka Pokud $\mathbb{E}X$ nezávisí na θ, využijeme některý z odhadů momentů vyšších řádů, tj.

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k, \quad k \geq 2$$